

Corso di Elettrotecnica Generale

Capitolo 5 - Elettrostatica

- 1 - Il campo elettrico
- 2 - [Condensatori](#) elettrici; Capacità elettrostatica
- 3 - Capacità del condensatore piano
- 4 - Transitori di carica e scarica
- 6 - Energia accumulata nel campo elettrico

Il campo elettrico

Sono chiamati fenomeni elettrostatici tutti quei fenomeni elettrici che sono prodotti nello spazio (e nei corpi che vi sono immersi) dalle cariche elettriche libere, positive o negative, che si trovano in equilibrio statico (vale a dire ferme) sui corpi comunque elettrizzati. Se si ricorda che, in base alla legge di Coulomb, le cariche elettriche agiscono mutuamente le une sulle altre con delle attrazioni e repulsioni reciproche le quali si esercitano in tutte le direzioni che si irradiano da ciascuna di esse, si intuisce che le azioni elettriche non si manifestano solo in seno ai corpi nei quali sono contenute, ma si estendono invece e investono l'intero spazio circostante: l'esperienza prova infatti che tutte le azioni elettriche si esercitano a distanza anche attraverso lo spazio vuoto senza l'intervento di nessuna continuità materiale che debba trasmetterle.

Una carica elettrica puntiforme, positiva o negativa, agisce radialmente in tutte le direzioni su tutte le altre cariche che si trovano immerse nell'intero spazio circostante: essa respinge tutte le cariche d'eguale segno e attrae invece le cariche di segno opposto. Si esprime questo fatto dicendo che ogni carica positiva o negativa, considerata a sé produce, nell'intero spazio circostante in cui è immersa, un campo elettrico.

Inversamente ogni carica elettrica, positiva o negativa, si trova sempre soggetta ad una forza che è la risultante delle attrazioni e delle repulsioni che essa risente dalle singole cariche elementari circostanti. Questo fatto può essere espresso affermando che ogni carica elettrica subisce l'azione del campo elettrico risultante dall'azione dei campi propri di tutte le cariche rimanenti. Generalizzando i concetti esposti, si definisce come campo elettrico: "Ogni regione dello spazio in cui si manifestano delle forze elettriche, in pratica ogni regione dello spazio in cui ogni carica elettrica che vi è immersa si trova soggetta ad una forza che tende a muoverla secondo una direzione determinata".

• Intensità del campo

L'esistenza o meno di un campo elettrico in una data regione dello spazio può essere rivelata sperimentalmente per mezzo di una carica elettrica di prova che venga posta di seguito nei vari punti della regione considerata. Nei punti in cui tale carica di prova è soggetta ad una forza, qui esisterà un campo elettrico, il quale sarà considerato tanto più intenso quanto più intensa è la forza rilevata

Per esprimere una misura dell'intensità del campo elettrico si fa riferimento alla forza che agisce sulla carica di prova unitario positivo. Quindi se F è il vettore che

individua in ampiezza, direzione e verso la forza che agisce su una carica di prova di valore generico Q , si sosterrà che nel punto in cui tale carica è stata collocata esiste un campo la cui intensità è rappresentata dal vettore K definito dalla seguente

relazione
$$K = \frac{F}{Q}$$

L'intensità del campo elettrico è pertanto definita in valore e verso dal vettore K che rappresenta la forza coulombiana che il campo esercita sull'unità di carica positiva idealmente concentrata nel punto considerato.

L'unità di misura dell'intensità di campo è il newton a coulomb (N/C).

Ove sia noto il vettore K nei vari punti del campo elettrico, è possibile determinare in valore e verso le forze meccaniche che agiscono su cariche elettriche di valore Q qualsiasi supposte concentrate in tali punti. Dette forze F sono date dalla seguente relazione $F = K Q$

Gli effetti che sono prodotti dall'azione di queste forze dipendono naturalmente dal grado di mobilità delle cariche che le risentono: in particolare se una carica positiva o negativa si trova immersa in un campo elettrico qualunque ed è perfettamente libera di muoversi, essa descrive una traiettoria ben definita rappresentata dalla linea che ha per tangente nei vari punti la direzione assunta in quei punti dalla forza che la trascina: questa linea prende il nome di linea di forza del campo.

Per mezzo delle linee di forza è possibile dare una rappresentazione grafica della conformazione del campo elettrico. In una siffatta rappresentazione si assume convenzionalmente come verso positivo delle linee di forza il verso in cui sono sollecitate a muoversi le cariche positive.

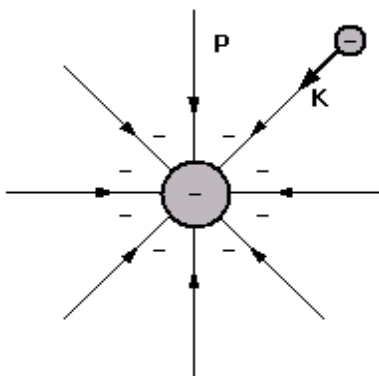


Figura A: le linee di forza convergono su una sfera elettrizzata negativamente

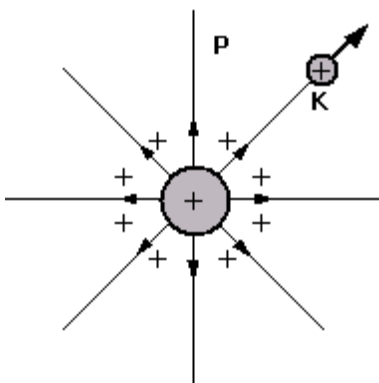


Figura B: le linee di forza divergono da una sfera elettrizzata positivamente

Ad esempio il campo elettrico prodotto da una sfera elettrizzata isolata nello spazio si rappresenta rispettivamente come in figura A e B secondo che la sfera porti degli elettroni in eccesso oppure in difetto, e cioè secondo che la sfera sia elettrizzata negativamente o positivamente: nel primo caso il verso delle linee di forza converge sulla sfera perché tale è il verso in cui essa tende ad attrarre le cariche elementari positive situate in punti come P nello spazio circostante; nel secondo caso invece il verso delle linee di forza diverge dalla sfera elettrizzata positivamente perché le cariche elementari positive dello spazio circostante vengono respinte.

In generale si può dire che le linee di forza elettriche divergono sempre dai corpi elettrizzati positivamente e convergono sui corpi elettrizzati negativamente.

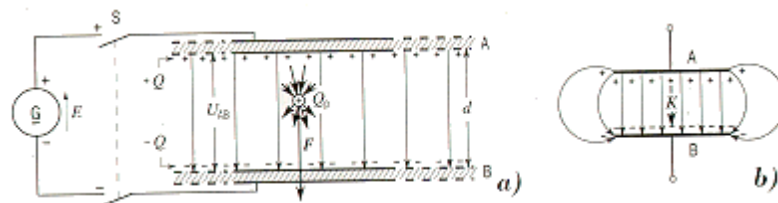
• Il campo elettrico uniforme

Ogni processo d'elettrizzazione dei corpi avviene sempre per separazione di un certo numero di cariche elementari positive e negative inizialmente compenstrate fra loro a costituire lo stato elettricamente neutro.

Ne segue che per produrre nello spazio un campo elettrostatico è necessario disporre di almeno due corpi ad uno dei quali venga sottratto un certo numero di elettroni per comunicarli in eccesso all'altro.

In generale i corpi interessati a questo trasferimento di cariche sono costituiti da due (o più corpi metallici isolati ai quali si dà comunemente il nome di armature del campo: dalla forma e posizione reciproca di tali armature dipende la distribuzione spaziale del vettore campo elettrico K e cioè l'andamento delle linee di forza del campo.

Il caso più semplice è rappresentato dal campo elettrico a geometria piana che si può ottenere collegando ai due poli opposti di un generatore elettrico, di f.e.m. E , due armature piane A e B, d'estensione illimitata, disposte parallelamente l'una all'altra alla distanza d e separate fra loro da un qualunque mezzo fisico isolante come in figura.



Nell'atto in cui si chiude l'interruttore S, il generatore sposta verso l'armatura B connessa al polo negativo, un certo numero di elettroni i quali vanno a costituire su di essa una carica negativa $-Q$ avente un certo potenziale V_B ; contemporaneamente sull'altra armatura A si scoprono altrettante cariche elementari positive che nel loro insieme costituiscono la corrispondente carica positiva $+Q$ con potenziale V_A .

Questo processo, si arresta, quando l'entità e la distribuzione delle cariche elettriche così disgiunte sono tali da produrre una d.d.p. $V_{AB}=V_A-V_B$ pari al valore della tensione E fornita dal generatore. Dopo di ciò il generatore può essere staccato dai due piani A e B, su ognuno dei quali permane fissa e in equilibrio la

rispettiva carica $\pm Q$, e quindi permane anche la d.d.p. V_{AB} agente fra le due armature.

Data la mobilità delle cariche elettriche nei conduttori è facile intuire che a equilibrio raggiunto le due cariche $+Q$ e $-Q$ risultano uniformemente distribuite sulle superfici contrapposte delle due armature: in queste condizioni, se nello spazio interposto si colloca un corpuscolo elettrizzato con una piccola carica di prova $+Q_p$, questo è respinto da tutte le cariche d'eguale segno distribuite sui singoli elementi superficiali del piano A ed è contemporaneamente attratto dalle corrispondenti cariche di segno opposto distribuite sul piano B. Il corpuscolo considerato è pertanto soggetto ad un sistema di forze coulombiane la cui risultante F è diretta ortogonalmente dall'armatura positiva A a quella negativa B.

Sotto l'azione di questa forza il corpuscolo, posto inizialmente a contatto dell'armatura positiva va senz'altro a cadere su quella negativa seguendo una traiettoria rettilinea.

Altrettanto accade se il corpuscolo di prova è posto in ogni altro punto del campo compreso fra i due piani: escluse solo le regioni prossime ai bordi, nel caso d'armature d'estensione finita, dove le traiettorie s'incurvano come in figura b).

Nel caso considerato, fra i due piani si costituisce dunque un campo elettrico a linee di forza rettilinee e parallele, e la forza che sollecita la carica Q_p è costante in tutti i punti: si ha perciò un campo elettrico uniforme.

Se si ricorda che il vettore intensità di campo K rappresenta la forza che agisce sulla carica di valore unitario, si può concludere che la d.d.p. V_{AB} che si stabilisce fra le due armature deve corrispondere al lavoro sviluppato dal vettore K quando sposta la carica unitaria da un'armatura all'altra, e deve perciò valere la relazione

$$V_{AB} = k d$$

Ne risulta, inversamente, che in un campo elettrico uniforme prodotto fra due armature A e B poste alla reciproca distanza d e fra le quali sia applicata una tensione V_{AB} , il valore dell'intensità del campo è dato dal rapporto: $K = V_{AB}/d$

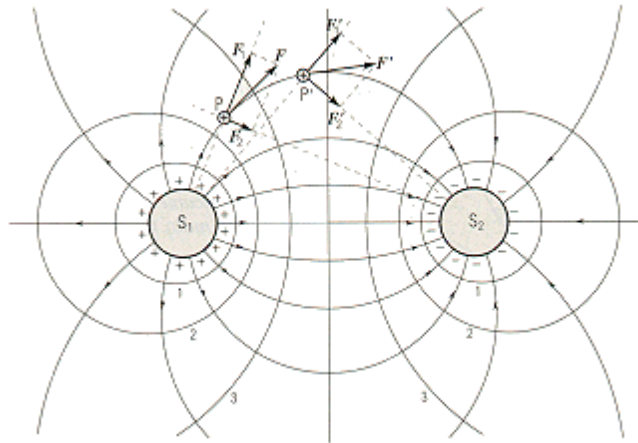
Può essere espresso in volt al metro (V/m), oltre che in newton al coulomb. Infatti, risulta

$$\frac{V}{m} = \frac{N}{C} = \frac{J/C}{m} = \frac{Nm/C}{m}$$

Se in luogo di due piatti metallici, si pongono due sfere S_1 e S_2 , le linee di forza del campo elettrico assumono l'andamento indicato in figura, il quale è dalla sovrapposizione dei due campi radiali relativi ad ogni singola sfera.

Un corpuscolo elettrizzato positivamente posto ad esempio in P, è soggetto ad una forza repulsiva F_1 da parte della sfera positiva S_1 e ad una forza attrattiva F_2 da parte della sfera negativa S_2 : esso tende pertanto a muoversi per un piccolo intervallo nella direzione della forza risultante F .

Ma non appena esso è giunto in un punto vicino P' le due forze che lo sollecitano mutano di direzione e di intensità perché è variata la distanza del corpuscolo dalle due sfere, e precisamente la forza F_1 diminuisce e assume un nuovo valore F'_1 e la F_2 aumenta per assumere il valore F'_2 ; la forza risultante assume così il valore e la direzione F' .



Procedendo in tal modo punto per punto, si riconosce che se il corpuscolo considerato è inizialmente accostato alla sfera positiva esso è condotto dal campo elettrico a cadere sulla sfera negativa, seguendo precisamente traiettorie del tipo rappresentato in figura dalle linee di forza del campo.

Da quanto accennato, discende la seguente importante conclusione: le linee di forza di un campo elettrico sono sempre delle linee limitate che congiungono con i loro estremi, senza mai intrecciarsi, le superfici dei corpi sui quali sono distribuite le cariche di segno opposto che producono il campo. Ogni linea di forza parte sempre da un corpo elettrizzato positivamente e termina su un altro corpo elettrizzato negativamente.

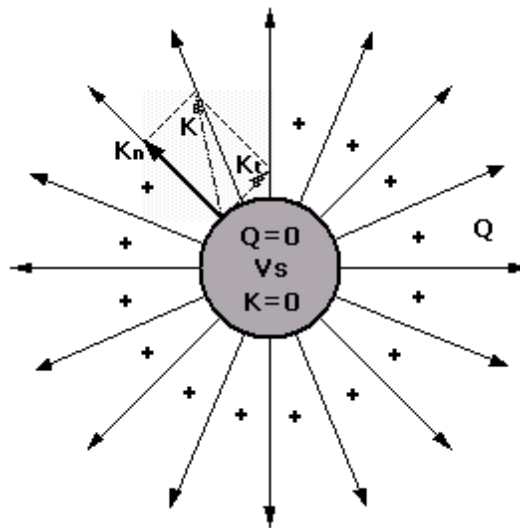
• Proprietà dei conduttori elettrizzati

Se si ricorda che ogni campo elettrostatico è per definizione riferita a una distribuzione di cariche elettriche in equilibrio, e cioè ferme, ne discende che in ogni conduttore comunque elettrizzato, il campo elettrico, deve essere necessariamente nullo in tutti i punti interni alla superficie che lo delimitano. Si supponga, infatti, per assurdo, che ciò non sia vero; in tal caso il campo elettrico agente nella massa del conduttore vi promuoverebbe senz'altro un certo movimento degli elettroni liberi; ma rimanendo invece ferme le cariche si deve concludere che nessun campo agisce su di esse.

Inoltre, le cariche di elettrizzazione possono distribuirsi soltanto sulla superficie del conduttore, e mai possono penetrare all'interno: una carica che potesse penetrare all'interno del conduttore dovrebbe produrre un campo elettrico nello spazio ad essa circostante; ma, come si è visto, nei punti interni alla superficie dei conduttori elettrizzati staticamente il campo deve risultare nullo.

Queste considerazioni permettono di affermare che la conformazione dei campi elettrostatici soddisfa in ogni caso alle quattro condizioni seguenti

- 1) Nei conduttori elettrizzati staticamente, le cariche elettriche Q sono distribuite e affiorano tutta sulla superficie esterna mentre all'interno si ha $Q=0$;
- 2) All'interno di un conduttore elettrizzato staticamente si ha sempre $K=0$, in pratica è nullo il campo d'ogni punto;
- 3) Il campo prodotto dal conduttore elettrizzato presenta linee di forza tutte orientate verso l'esterno in direzione normale alla superficie: se così non fosse, il vettore K ammetterebbe la componente tangenziale K_t che farebbe spostare le cariche; il campo K deve quindi coincidere necessariamente con K_n ;
- 4) Fra ogni coppia di punti di un conduttore elettrizzato, non può esistere mai alcuna differenza di potenziale perché diversamente, nel conduttore potrebbe manifestarsi un movimento delle cariche: la superficie del conduttore delimita un volume i cui punti hanno tutti lo stesso potenziale V_s ed è essa stessa una superficie equipotenziale.



Dalle proprietà indicate è in particolare che l'equilibrio elettrico di un conduttore elettrizzato non è alterato, se s'immagina di scavare internamente il conduttore fino a ridurlo ad un involucro anche sottilissimo: nell'interno di quest'involucro il campo elettrico rimane sempre nullo, qualunque sia la carica elettrica distribuita sulla superficie esterna, vale a dire qualunque sia l'intensità del campo elettrico nello spazio esterno all'involucro.

Si può quindi affermare che un involucro metallico completamente chiuso costituisce un vero schermo elettrico, il quale protegge l'intera regione interna dalle azioni di tutti i campi elettrici esterni (schermo di Faraday).

Condensatori elettrici

Ogni coppia di conduttori isolati, l'uno rispetto all'altro fra il quale esiste o si può stabilire un campo elettrico costituisce un sistema il quale è denominato condensatore. I due corpi sui quali si distribuiscono le cariche elementari disgiunte che producono il campo prendono il nome d'armature del condensatore.

Le due armature sono separate l'una dall'altra da un dielettrico che può essere il vuoto oppure, più comunemente, l'aria o un qualunque materiale isolante solido o liquido.

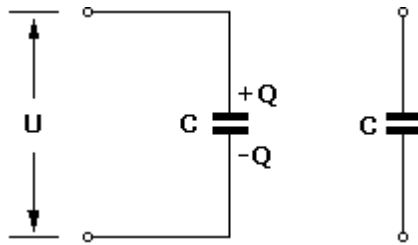


Figura 1 - Schemi simbolici della capacità o del condensatore

Un singolo conduttore isolato, come ad esempio una sfera A (Fig.2) può essere considerato come l'armatura di un condensatore di cui l'altra armatura è rappresentata dal suolo e da tutti gli altri corpi circostanti come B appoggiati o connessi a terra. Se si collega il corpo isolato a uno dei poli del generatore, collegando l'altro polo a terra, si costituisce un campo elettrico le cui linee di forza si svolgono nello spazio fra il corpo isolato e tutti i conduttori circostanti connessi a terra: dopo che il campo si è costituito, esso permane anche togliendo i collegamenti col generatore perché le cariche elementari che affiorano libere sul corpo isolato senza poterlo abbandonare attraggono e tengono in equilibrio le cariche di segno opposto che affiorano sulle superfici di tutti i corpi circostanti.

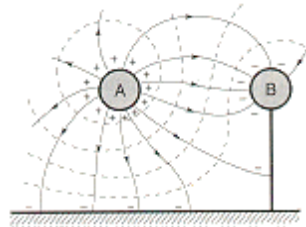


Figura2 - Formazione del campo elettrico fra un corpo isolato ed altri connessi al suolo

In definitiva si può concludere che ogni campo elettrico si svolge sempre fra le due armature di un condensatore, sulle quali s'iniziano e terminano tutte le linee di forza del campo: la qualità di cariche elementari positive (o negative) complessivamente distribuite rispettivamente sull'una (o sull'altra) armatura costituisce la carica elettrica Q del condensatore la quale viene misurata in coulomb.

Evidentemente la carica positiva di una delle armature è sempre uguale in valore alla carica negativa dell'altra: si esprime quanto fatto dicendo che sulle due armature del condensatore si hanno due cariche elettriche uguali ed opposte. In tali condizioni, fra le due armature esiste una certa d.d.p. la quale costituisce la tensione elettrica V corrispondente alla carica Q che si trova addensata sulle due armature del condensatore.

La quantità totale di elettricità Q che un condensatore assume sulle armature, positiva da una parte e negativa dall'altra, sotto una tensione assegnata e costante, di valore V , varia da un condensatore a un altro con la forma, l'estensione, e la posizione reciproca delle armature, e inoltre anche con la natura del dielettrico interposto. In altri termini due o più condensatori diversi, caricati tutti alla stessa d.d.p. V , assumono e trattengono sulle rispettive armature delle quantità di elettricità differenti e cioè un diverso numero di coulomb.

Si esprime brevemente questo fatto dicendo che i diversi condensatori hanno una capacità diversa, e precisamente una capacità maggiore quelli che per una tensione assegnata assumono sulle armature una maggiore quantità di cariche elementari, e capacità minore invece quelli che assumono una quantità di elettricità minore. Si può inoltre rilevare sperimentalmente che, per un dato condensatore, la quantità di elettricità Q che il condensatore presenta sulle sue armature e la corrispondente d.d.p. V che intercede fra un'armatura e l'altra cresce e diminuiscono in proporzione.

Ne segue che, comunque si vari lo stato di carica di un condensatore, il rapporto fra la quantità di elettricità Q che si trova sulle armature e la corrispondente tensione elettrica V che intercede fra un'armatura e l'altra rimane sempre costante, e costituisce pertanto una grandezza fisica caratteristica che ha un valore proprio e specifico per quel singolo condensatore.

Alla grandezza così definita si assegna il nome di capacità elettrostatica C del condensatore, e si pone senz'altro: $C=Q/V$

La capacità di un condensatore esprime dunque la carica elettrica che esso può assumere, rapportata all'unità di tensione, e cioè la quantità di elettricità che viene a trovarsi contrapposta sulle armature del condensatore, positiva da una parte e negativa dall'altra, quando esiste fra di esse la tensione di un volt: in altri termini

La capacità di un condensatore esprime il numero costante di coulomb, che deve essere di volta in volta dislocati sulle armature, affinché la tensione fra l'una e l'altra si elevi ogni volta e progressivamente di un volt

Così se la capacità di un condensatore è C , la quantità totale di elettricità Q che si trova contrapposta sulle armature quando fra l'una e l'altra esiste la differenza di potenziale V è data in coulomb dal prodotto: $Q = C V$

Inversamente, quando sulle armature di un condensatore di capacità C si trasporta in un modo qualunque una quantità di elettricità Q (positiva sull'una e negativa sull'altra) fra le armature si stabilisce una tensione: $V = Q/C$

Dalle considerazioni esposte discende che la capacità di un condensatore è espressa in coulomb a volt (C/V). Quest'unità prende il nome di farad (F). Perciò un condensatore ha la capacità di un farad se assume la carica elettrica di un coulomb per ogni volt di tensione fra le armature.

$$1 \text{ farad} = 1 \frac{\text{coulomb}}{\text{volt}}$$

Capacità del condensatore piano

I condensatori reali sono normalmente costruiti in modo che due superfici metalliche sufficientemente estese risultino reciprocamente affacciate e separate da un sottile e uniforme strato di materiale dielettrico: una simile struttura prende il nome di condensatore piano, anche se spesso le armature assumono una forma incurvata, come nei condensatori a nastri arrotolati (come in figura 1).

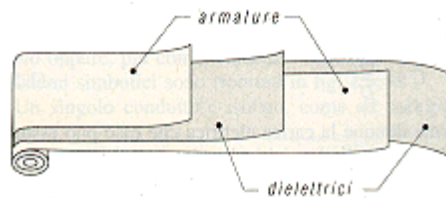


Figura 1 - Schema costruttivo di condensatore avvolto

Il condensatore piano può essere schematizzato come in figura 2 ove con d viene indicata la distanza fra le due armature (e quindi lo spessore costante dello strato di dielettrico interposto), e con S l'area delle due superfici affacciate.

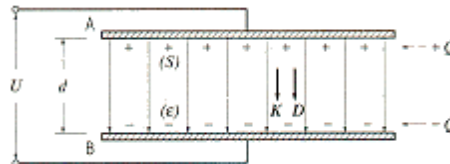


Figura 2 - Per il calcolo della capacità di un condensatore piano

Per determinare la capacità di questo condensatore s'immagini di applicare fra le due armature una tensione di valore V , collegando il condensatore ad un generatore.

In seguito a ciò le due armature si elettrizzano assumendo le due quantità d'eletricità $+Q$ e $-Q$ di segno contrario ma uguali in valore.

Corrispondentemente, nello spazio interno al condensatore s'instaura un campo elettrico uniforme la cui intensità e il cui spostamento sono espressi dalle seguenti relazioni

$$K = V/d \quad D = \epsilon K = \epsilon_0 \epsilon_r V/d$$

Essendo $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$ la costante dielettrica del materiale inserito fra le armature. Il vettore spostamento esprime, com'è noto, il valore delle opposte qualità d'eletricità che risulta distribuite su ogni unità di superficie delle armature.

Ne segue che la carica complessiva Q portata, con opposto segno, dall'intera superficie S delle medesime armature è esprimibile per mezzo della relazione:

$$Q = D S = \epsilon_0 \epsilon_r (V/d) s$$

Eseguendo il rapporto Q/V si ottiene la capacità C del condensatore piano, espressa in farad, nella forma:

$$C = Q/V = \epsilon_0 \epsilon_r S/d$$

Si vede quindi che la capacità è proporzionale alla superficie delle armature e inversamente proporzionale alla rispettiva distanza, ed è inoltre proporzionale alla costante dielettrica del mezzo interposto.

Se fra le armature si ha l'aria oppure il vuoto $\epsilon_r = 1$, la capacità del condensatore è del valore

$$C = \epsilon_0 \frac{S}{d}$$

Se invece fra le armature si ha un dielettrico solido o liquido con costante dielettrica relativa $\epsilon_r \neq 1$ la capacità del condensatore si potrà esprimere per mezzo della relazione $C = \epsilon_r C_0$

Ne risulta che interponendo fra le armature di un condensatore un dielettrico materiale, la capacità aumenta e diventa precisamente ϵ_r volte maggiore del valore C_0 che compete al condensatore in aria.

Ciò dimostra che i dielettrici materiali non hanno la sola funzione passiva di isolare le armature, ma esercitano invece anche una funzione attiva che si concreta in un aumento della capacità del condensatore.

La costante dielettrica relativa ϵ_r dà precisamente la misura di questo aumento di capacità rispetto all'aria e cioè definisce il rapporto fra la capacità C di un condensatore avente per dielettrico il materiale considerato, e la capacità C_0 che lo stesso condensatore assume se fra le armature si interpone l'aria oppure il vuoto:

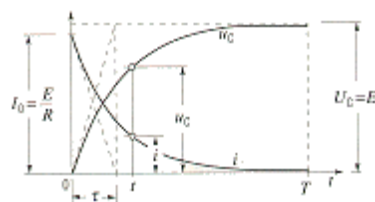
$$\epsilon_r = \frac{C}{C_0}$$

Per mezzo di questa semplice relazione si rende possibile determinare, attraverso sole misure di capacità il valore della costante dielettrica relativa ϵ_r della maggior parte dei materiali dielettrici usati nella tecnica.

Transitori di carica e scarica

La costituzione di un campo elettrico fra le armature di un condensatore inizialmente scarico vale a dire come sol dirsi, il processo di carica di un condensatore si compie con uno scorrimento relativo fra le cariche elettriche di segno opposto, che sono disgiunte e che affiorano libere sulle superfici delle armature. Tale scorrimento relativo di cariche costituisce una corrente elettrica temporanea la quale prende il nome di corrente di carica del condensatore.

Questa corrente, e la tensione v_c ai capi del condensatore, varia nel tempo secondo gli andamenti indicati dai grafici in figura.



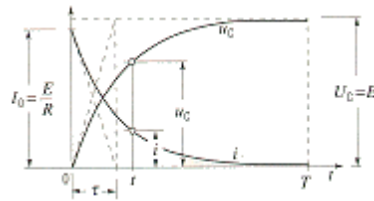
Si osserva che la corrente di carica i inizia con la sua massima intensità del valore

$$I_0 = E/R$$

All'atto della chiusura del circuito di carica, avente resistenza R , per poi diminuire fino a ridursi a zero; mentre la tensione v_c fra le due armature del condensatore va aumentando fino a raggiungere e uguagliare il valore della tensione d'alimentazione vale a dire il valore E della f.e.m. della batteria.

Il tempo che decorre fra l'istante iniziale e l'istante in cui è raggiunto l'equilibrio $v_c = E$ rappresenta la durata del periodo transitorio di carica del condensatore. Si può

dire che la durata di questo periodo (indicato con T in figura) rappresenta l'intervallo di tempo che è impiegato dalla corrente di carica i a trasportare sulle armature del condensatore la quantità d'elettricità $Q=C V_c$ che deve essere assorbita dalle armature del condensatore.



Gli andamenti indicati in figura, dalla corrente di carica i e della tensione ai capi del condensatore v_c , sono delle curve esponenziali espresse analiticamente, in funzione del tempo t , dalle seguenti relazioni

$$i = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad u_c = E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

Nelle precedenti relazioni, la grandezza τ è la costante di tempo del circuito di carica, misurata in secondi e definita dall'espressione $\tau=RC$.

Dal valore della costante di tempo τ , e quindi in sostanza dal valore di R e dal valore di C , dipende la rapidità di variazione della I e della v_c negli istanti immediatamente successivi alla chiusura del circuito di carica.

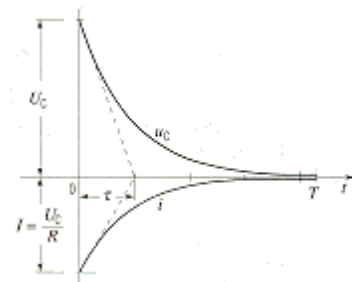
E, infatti, come si vede dai grafici, la costante τ determina l'inclinazione delle rette che sono tangenti alle due curve nel punto $t=0$.

Da questa grandezza dipende inoltre la durata T del processo di carica, data (in secondi) dalla relazione $T \approx 5\tau \approx 5RC$

Fenomeni analoghi si ripetono durante la scarica del condensatore, e cioè quando il condensatore (preventivamente caricato) sia staccato dalla batteria d'alimentazione e connesso a un circuito passivo avente una certa resistenza R di scarica.

In tale circuito si stabilisce istantaneamente una corrente $I=V_c/R$ il cui verso è quello dell'armatura positiva alla negativa, e quindi contrario al verso della corrispondente corrente di carica: la corrente di scarica viene perciò rappresentata da una curva i con le ordinate negative (come in figura).

Appena la carica ha inizio, la tensione fra le armature diminuisce e allora diminuisce in valore anche l'intensità della corrente di scarica: in definitiva, durante il processo di scarica si assiste a una graduale diminuzione della tensione v_c ai capi del condensatore e della corrispondente corrente di scarica (espressa in ogni istante dal rapporto $i=v_c/R$), fino ad annullarsi entrambe dopo un tempo T , che definisce il periodo transitorio di scarica, dato ancora dalla



$$T \approx 5\tau \approx 5RC$$

Le espressioni analitiche delle due curve esponenziali di scarica risultano rispettivamente

$$i = -\frac{U_c}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad u_c = U_c e^{-\frac{t}{\tau}}$$

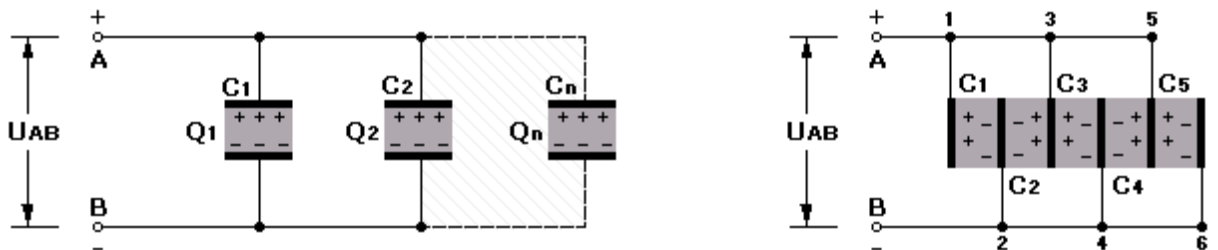
E' chiaro che la quantità di elettricità che nel periodo di scarica viene trasportata dalla corrispondente corrente, deve necessariamente coincidere con la quantità di elettricità Q che era stata comunicata al condensatore durante la carica.

5 - Collegamenti fra condensatori

In molte applicazioni tecniche, i condensatori sono raggruppati in batterie al fine di conseguire la più adeguata ripartizione della tensione d'esercizio e della carica fra più condensatori. In questi raggruppamenti i condensatori possono essere collegati fra loro in parallelo oppure in serie. Si hanno inoltre i raggruppamenti stella-triangolo per le cui trasformazioni valgono metodi analoghi a quelli considerati per le resistenze.

⊕ Collegamento in parallelo

Questo tipo di collegamento consente di aumentare la carica assorbita. Si ottiene derivando i singoli condensatori di capacità C_1, C_2, \dots, C_n , fra due nodi comuni A e B che vengono a costituire i due morsetti della batteria di condensatori, come rappresentato nelle figure.



Con questo tipo di collegamento si realizzano le proprietà seguenti:

- Ciascun elemento è soggetto alla stessa d.d.p. V_{AB} , corrispondente alla tensione che si applica fra i due morsetti A e B;
- Se i condensatori hanno le capacità C_1, C_2, \dots, C_n , essi assumono le cariche

$$Q_1 = C_1 V_{AB} \quad Q_2 = C_2 V_{AB} \quad Q_n = C_n V_{AB}$$

- La carica totale della batteria diviene così

$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n = (C_1 + C_2 + \dots + C_n) V_{AB}$$

- L'intera batteria equivale perciò a un condensatore unico avente una capacità equivalente è pari alla somma delle capacità dei singoli elementi.

$$C_{eq} = Q/V_{AB} = C_1 + C_2 + \dots + C_n$$

Il collegamento in parallelo di n condensatori uguali di capacità C , fornisce quindi una capacità equivalente

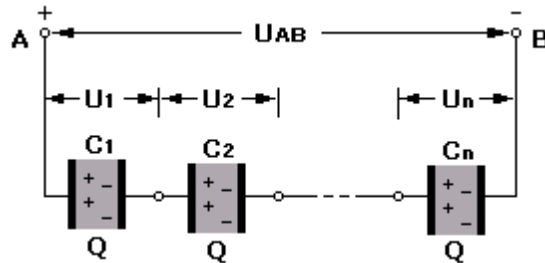
$$C_{eq} = n C$$

• Collegamento in serie

Questo collegamento consente di realizzare una batteria di condensatori atta a supportare una tensione d'esercizio in ogni modo elevata, pur contenendo la tensione applicata a ciascun elemento entro un limite prefissato.

Tale collegamento corrisponde allo schema in figura ed è eseguito collegando a due a due le armature dei condensatori intermedi escluse la prima e l'ultima alle quali fanno capo i due morsetti A e B della batteria.

In tal modo, tutte le armature intermedie vengono a caricarsi per induzione elettrostatica a partire dalle due armature estreme che vengono direttamente connesse al circuito di carica.



Il collegamento in serie viene ad assumere le proprietà seguenti:

- I condensatori della serie accumulano tutti una egual carica elettrica Q , la quale coincide anche con la carica totale della batteria;
- Se i condensatori presentano le capacità C_1, C_2, \dots, C_n , fra le armature rispettive si manifestano le tensioni

$$V_1 = Q/C_1 \quad V_2 = Q/C_2 \quad V_n = Q/C_n$$

La tensione totale ai morsetti della batteria corrisponde alla somma delle tensioni dei condensatori della serie vale a dire

$$U_{AB} = U_1 + U_2 + \dots + U_n = Q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} \right)$$

- L'intera batteria equivale a un condensatore unico avente una capacità equivalente

$$C_{eq} = \frac{Q}{U_{AB}} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}}$$

Nel collegamento serie la capacità risultante C_{eq} è dunque l'inversa della somma delle inverse capacità dei singoli componenti.

La capacità equivalente è tanto più piccola quanto maggiore è il numero degli elementi in serie, ed è sempre minore della più piccola fra le capacità dei singoli condensatori.

In particolare il collegamento in serie di n condensatori uguali di capacità C , fornisce una capacità equivalente

$$C_{eq} = \frac{C}{n}$$

In altre parole n volte più piccola di quella di ciascun elemento.

Energia accumulata nel campo elettrico

Per produrre la separazione, fra cariche elettriche di segno opposto è sempre necessario spendere un certo lavoro per vincere le forze attrattive attraverso cui tali cariche tendono a ricongiungersi.

Ne risulta che per creare un campo elettrico fra le armature di un condensatore si deve spendere un lavoro il quale si accumula e rimane disponibile allo stato d'energia potenziale del campo finché il condensatore rimane carico, ed è restituito quando, attraverso la scarica, il campo elettrico scompare.

Se la carica del condensatore è realizzata collegando le sue armature ai due poli di un generatore elettrico, il lavoro di carica è compiuto appunto dal generatore che promuove la corrente di carica.

L'entità di questo lavoro è indipendente dal modo con cui si effettua la carica del condensatore: esso dipende esclusivamente, come facilmente si intuisce, dalla quantità di elettricità Q che viene spostata sulle armature e dalla corrispondente tensione V che si stabilisce fra un'armatura e l'altra in base alla nota relazione

$$Q = C V$$

$$W = \frac{C U^2}{2} \qquad W = \frac{Q^2}{2 C}$$

E' chiaro che, se la tensione fra le armature del condensatore durante il processo di formazione del campo mantenesse il valore costante V , allo spostamento da un'armatura all'altra della quantità d'elettricità Q corrisponderebbe un lavoro espresso dal prodotto QV . Ma durante la carica del condensatore la tensione fra un'armatura e l'altra va aumentando gradualmente dal valore iniziale, che è nullo, fino a raggiungere il valore finale dato dal rapporto

$$V = Q/C$$

E' facile intuire allora che il lavoro W che si deve spendere per eseguire la carica del condensatore, e l'energia che in questo si accumula, deve essere espresso dal prodotto della quantità d'elettricità Q che partecipa al fenomeno, per il valore medio della tensione fra le due armature che è uguale a $V/2$. Si ottiene così l'espressione

$$W = Q V/2$$

Essendo $Q=CV$, la stessa energia W può essere espressa anche dalle seguenti relazioni

$$W = \frac{C U^2}{2} \qquad W = \frac{Q^2}{2 C}$$